b)

$z^2-(5-i)z+8-i=0 \qquad \Delta=-8-6i$

$soit\ \delta=x+iy\ /\ \delta^2=-8-6i \Rightarrow \begin{cases}(1)\ x^2-y^2=-8 & (Réel(\Delta))\\ (2)\ x^2+y^2=10 & (|\Delta|)\\ (3)\ 2xy=-6 & (\mathrm{Im}(\Delta))\end{cases}$

$(1)+(2)\Rightarrow 2x^2=2\Rightarrow x^2=1\Rightarrow x=\pm 1$

$pour\ x=1 \xrightarrow{(3)} 2y=-6\Rightarrow y=-3 \qquad \Rightarrow \delta=1-3i$

$z'=\dfrac{(5-i)-(1-3i)}{2}=2+i \quad et \quad z''=\dfrac{(5-i)+(1-3i)}{2}=3-2i$

$S_{\mathbb{C}}=\{2+i\ ;3-2i\}$

c)

$z^2+4(i-1)z+2(4-i)=0 \qquad \Delta'=[2(i-1)]^2-2(4-i)=-8-6i \quad \Rightarrow\ \delta'=1-3i$

Les solutions sont :

$z'=-2(i-1)-(1-3i)=1+i$

$z''=-2(i-1)+(1-3i)=3-5i \quad \Rightarrow S_{\mathbb{C}}=\{1+i\ ;\ 3-5i\ \}$

d)

$z^2+(1-3i)z-2(1+i)=0 \qquad \Delta=2i=(1+i)^2 \qquad \delta=1+i$

Les solutions sont :

$z'=\dfrac{-(1-3i)-(1+i)}{2}=-1+i$

$z''=\dfrac{-(1-3i)+(1+i)}{2}=2i \quad \Rightarrow S_{\mathbb{C}}=\{-1+i\ ;\ 2i\ \}$

EX 16 :

a) $z^4+6z^2+25=0$ on pose : $t=z^2$

l'équation devient : $t^2+6t+25=0$

$\Delta'=-16\rightarrow\delta'=4i \qquad t'=-3+4i \quad et \quad t''=-3-4i$

$\bullet\ t=-3+4i\Leftrightarrow z^2=-3+4i\Leftrightarrow \begin{cases}(1)\ x^2-y^2=-3\\ (2)\ x^2+y^2=5\\ (3)\ 2xy=4\end{cases}$ (en posant z=x+iy)

(1)+(2)⇒$2x^2=2\Rightarrow x^2=1\Rightarrow x=\pm 1$

Pour x=1 l'éq (3) donne y=2⇒$z_1=1+2i$

Pour x=-1 l'éq (3) donne y=-2⇒$z_1=-1-2i$

Qarray.tn - Aqra Blech- Qarray.tn